Univerzitet u Sarajevu
Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Z A D A C I - Grupe A i B
SA DRUGOG PARC. ISPITA IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1 (IM1)
Akademska **2011 - 2012. godina**
Sarajevo, 08. 01. 2012.

IME I PREZIME STUDENTA : ....
BROJ INDEKSA : ....
JEDINSTVENI MATIČNI BROJ : ....
NASTAVNA GRUPA (BROJ) : ....

UPUTSTVO:

1. Za svaki od prva četiri zadatka su napisana četiri odgovora od kojih je samo jedan tačan. Riješite ove zadatke, a zatim za svaki od zadataka koji ste riješili zaokružite redni broj pod kojim je naveden tačan odgovor za taj zadatak, pa taj broj upišite na odgovarajuće mjesto u dole navedenoj tabeli. Zaokruživanje više od jednog odgovora vrednuje se kao i netačan odgovor. Svaki tačan odgovor za koji je nadvedeno odgovarajuće obrazloženje boduje se prema naznačenom bodovanju uz taj zadatak, a svaki netačan odgovor se vrednuje sa po 0 bodova.

2. Riješite detaljno peti zadatak, koji je s otvorenim odgovorom. Tačno urađen taj zadatak donosi 10 bodova (prema naznačenom bodovanju uz pojedine dijelove tog zadatka). Boduju se i tačno urađeni dijelovi tog zadatka (pri tom bodovanju najmanja jedinica mjere je 0,5 bodova).

3. Nije dozvoljeno korištenje bilježaka, knjiga, kalkulatora, mobilnih telefona i bilo kakvih elektronskih uređaja, niti drugih pomagala, kao ni drugih papira osim uvezanih papira dobivenih za ovaj ispit. Također nije dozvoljen nikakav razgovor sa kolegama/studentima i dežurnim na ovom ispitu, tj. svaku izradu bilo kojeg od zadataka na ovom parcijalnom ispitu mora svaki kandidat samostalno uraditi. Svaki od kandidata koji prekrši bilo šta od ovdje navedenog, bit će isključen sa ovog ispita i ovaj njegov parcijalni ispit vrednovan sa 0 bodova.

4. Na ovom ispitnom roku u okviru Zad. 1- 5.postavljena su i određena pitanja iz *teorijskih osnova za drugi parcijalni ispit iz* **IM1.**

Rezultati II parc. ispita iz IM1:

Zad. 1. ....
Zad. 2. ....
Zad. 3. ....
Zad. 4. ....
Zad. 5. ......

Ukupan broj ostvarenih bodova:

Vlastoručni potpis studenta:
____

Predmetni nastavnik:
____
V. Prof. Dr. Sci. Huse Fatkić

Z A D A C I - Grupa A:
sa drugog parcijalnog ispita iz predmeta INŽENJERSKA MATEMATIKA 1, ETFS, 08.01.2012.

Zad. 1. Primjenom *Maclaurinovog razvoja* izračunajte $\lim_{x\to 0}(\sin x \cdot \mathrm{ctg}(\mathrm{tg}\, x))$.

[I. $-\infty$. **II.** 1. III. 0. IV. $+\infty$.] (2,5 b.)

Zad. 2. Definirajte pojmove lokalnog minimuma, stacionarne tačke i tangente na grafik realne funkcije jedne realne promjenljive, a zatim objasnite postupak određivanja najmanje vrijednosti takve funkcije, pa primjenom tog postupka odredite najmanju površinu trougla ABC čiji je vrh A tačka (-1,0), vrh B je tačka dodira tangente krive zadane jednačinom $y\sqrt{x}=1$, a vrh C je tačka presjeka te tangente s osom Ox.

[I. $2\sqrt{3}$. II. $\sqrt{6}$. **III.** $\sqrt{3}$. IV. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.] (1 b.+1 b.+1 b.)

Zad. 3. Definirajte pojmove sriktno primitivne funkcije, primitivne funkcije i neodređenog integrala, a zatim opišite metodu parcijalne integracije pa primjenom te metode nađite integral $\int e^{2x}\cos\left(x\sqrt{6}\right)\mathrm{d}x$.

[I. $\frac{e^{2x}}{10}\left[2\cos\left(x\sqrt{6}\right)-\sqrt{6}\cdot\sin\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C$. II. $\frac{e^{2x}}{8}\left[2\cos\left(x\sqrt{6}\right)-\sqrt{6}\cdot\sin\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C$.

III. $\frac{e^{2x}}{10}\left[2\cos\left(x\sqrt{6}\right)+\sqrt{6}\cdot\sin\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C$. IV. $\frac{e^{2x}}{10}\left[\sqrt{6}\cdot\cos\left(x\sqrt{6}\right)+2\sin\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C$.]

(0,5 b.+ 1 b.+1 b.)

Zad. 4. Izračunajte površinu obrtne površi koja nastaje obrtanjem parabole zadane jednačinom $y^2=2x$ oko prave čija je jednačina $y=2x$. (2 b.)

[I. $\frac{\pi}{\sqrt{5}}\left[\frac{7\sqrt{2}-8}{3}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$. **II.** $\frac{\pi}{4\sqrt{5}}\left[\frac{7\sqrt{2}-8}{3}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$.

III. $\frac{\pi}{4\sqrt{5}}\left[\frac{7\sqrt{2}-8}{3}+2\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$. IV. $\frac{2\pi}{\sqrt{5}}\left[\frac{7\sqrt{2}-8}{3}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$.]

Zad. 5. Realne funkcije f_1, f_2, f_3 jedne realne promjenljive zadane su formulama:

$$f_1(x)=\frac{x^3-1-b}{x},\quad f_2(x)=\sqrt[3]{x^3+(1+b)x^2},\quad f_3(x)=\frac{(1+x^2)\,\mathrm{ctg}(x)}{3-\cos(x)\cdot\mathrm{cosec}(x)},$$

gdje je b ukupan broj bodova koji ste ostvarili na 2. redovnom parcijalnom ispitu iz IM1 koji ste polagali (prvi put) u toku svog studija na *Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Sarajevu* (održanom 13.1.2011, 8.1.2010, 9.1.2009, 9.1.2008, ...).

a) Odredite (prirodne) domene zadanih funkcija f_1, f_2, f_3, a zatim za svaku od tih funkcija odredite i klasificirajte eventualne njene tačke prekida i singulariteta. (1 b. + 0,5 b.)

b) Izračunajte (izvode) $f_1'(x), f_2'(x), f_3'(x)$ i diskutujte njihovu egzistenciju, a zatim odredite eventualne tačke lokalnog ekstrema zadanih funkcija f_1, f_2, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njihovih grafika. (1,5 b. + 1 b. + 0,5 b.)

c) Primjenom diferencijalnog računa ispitajte i ostala osnovna svojstva zadane funkcije f_1, pa na osnovu dobijenih rezultata /uključujući i rezultate u a) i b)/, nacrtajte njen grafik. (2,5 b.)

d) Izračunajte zapreminu obrtnog tijela koje nastaje obrtanjem oko x – ose lika (u xy- ravni) kojeg ograničavaju grafik zadane funkcije f_1, x – osa i prave $p: x=3$ i $q: x=4$. (1,5 b.)

e) Verificirajte da su pretpostavke *Lagrangeovog teorema srednje vrijednosti* zadovoljene za zadanu funkciju f_1 na segmentu [3, 4], a zatim opišite odgovarajuću geometrijsku interpretaciju. (1 b. + 0,5 b)

IME I PREZIME STUDENTA : ....

Z A D A C I - Grupa B:

sa drugog parcijalnog ispita iz predmeta INŽENJERSKA MATEMATIKA 1, ETFS, 08. 01.2012.

Zad. 1. Primjenom *Maclaurinovog razvoja* izračunajte $\lim_{x\to 0}(\mathrm{ctg}\,x\cdot\sin(\sin x))$.

[I. $-\infty$. II. 0. **III.** 1. IV. $+\infty$.] (2,5 b.)

Zad. 2. Definirajte pojam diferencijala realne funkcije jedne realne promjenljive i formulišite *teoremu o približnom određivanju vrijednosti funkcije* primjenom diferencijala, a zatim primjenom diferencijala odgovarajuće realne funkcije jedne realne promjenljive izračunajte približno $\sqrt{\dfrac{2{,}037^2-1}{2{,}037^2+1}}$.

[I. 0,872 . **II.** 0,782. III. 0,827. IV. 0,278.] (0,5 b.+1 b. +1,5 b.)

Zad. 3. Definirajte pojmove sriktno primitivne funkcije, primitivne funkcije i neodređenog integrala, a zatim opišite metodu parcijalne integracije pa primjenom te metode nađite integral $\int e^{2x}\sin\left(x\sqrt{6}\right)dx$.

[**I.** $\dfrac{e^{2x}}{10}\left[2\sin\left(x\sqrt{6}\right)-\sqrt{6}\cdot\cos\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C.$ II. $\dfrac{e^{2x}}{8}\left[2\sin\left(x\sqrt{6}\right)+\sqrt{6}\cdot\cos\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C.$

III. $\dfrac{e^{2x}}{10}\left[\sqrt{6}\cdot\sin\left(x\sqrt{6}\right)-2\cdot\cos\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C.$ IV. $\dfrac{e^{2x}}{10}\left[2\sin\left(x\sqrt{6}\right)+\sqrt{6}\cdot\cos\left(x\sqrt{6}\right)\right]+C.$]

(0,5 b.+ 1 b.+1 b.)

Zad. 4. Izračunajte površinu lika (u xy- ravni) kojeg ograničavaju x – osa, y – osa, prava p: $x=10$ i grafik funkcije φ zadane formulom $\varphi(x) = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+x^2\mathrm{tg}^2 t)^{-1}dt$.

[I. $\ln 9$. II. $\ln 10$. **III.** $\ln 11$. IV. $\ln 12$.] (1,5 b.+ 0,5 b)

Zad. 5. Realne funkcije f_1, f_2, f_3 jedne realne promjenljive zadane su formulama:

$$f_1(x)=\frac{x^2-1-b}{x},\quad f_2(x)=\sqrt[3]{x^3-(1+b)x^2},\quad f_3(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}\cdot\sec(x)}{\sin^2(x)+\cos(x)},$$

gdje je b ukupan broj bodova koji ste ostvarili na 2. redovnom parcijalnom ispitu iz IM1 koji ste polagali (prvi put) u toku svog studija na *Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Sarajevu* (održanom 13.1.2011, 8.1.2010, 9.1.2009, 9.1.2008, ...).

a) Odredite (prirodne) domene zadanih funkcija f_1, f_2, f_3, a zatim odredite i klasificirajte eventualne njihove tačke prekida i singulariteta. (1 b. + 0,5 b.)

b) Izračunajte (izvode) $f_1'(x), f_2'(x), f_3'(x)$ i diskutujte njihovu egzistenciju, a zatim odredite eventualne tačke lokalnog ekstrema zadanih funkcija f_1, f_2, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njihovih grafika. (1,5 b. + 1 b. + 0,5 b.)

c) Primjenom diferencijalnog računa ispitajte i ostala osnovna svojstva zadane funkcije f_1, pa na osnovu dobijenih rezultata /uključujući i rezultate u a) i b)/, nacrtajte njen grafik. (2,5 b.)

d) Izračunajte zapreminu obrtnog tijela koje nastaje obrtanjem oko x – ose lika (u xy – ravni) kojeg ograničavaju grafik zadane funkcije f_1, x – osa i prave p: $x = 5$ i q: $x = 6$. (1,5 b.)

e) Verificirajte da su pretpostavke *Lagrangeovog teorema srednje vrijednosti* zadovoljene za zadanu funkciju f_1 na segmentu [5, 6], a zatim nađite sve vrijednosti od c iz intervala (5, 6) koje (u ovom slučaju) zadovoljavaju zaključak tog teorema. (1 b. + 0,5 b)

**IME I PREZIME STUDENTA : ....