Sarajevo, 10. 02. 201

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. Definirajte pojmove: *Dekartov proizvod skupova, binarna relacija, relacija ekvivalencije, re poretka/uređaja.* (1 + 1 + 1 + 1
2. Predstavite u eksponencijalnom obliku kompleksni broj z: $z = \frac{1-3i}{1-i} - \frac{b+i}{2+i}$, gdje je i imaginarn jedinica, a b ukupan broj bodova koji ste ostvarili na prijemnom ispitu za prijem na studij na *Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Sarajevu.* (4
3. Definirajte pojam *Cauchyjevog niza*, a zatim formulišite *Cauchyjev opšti kriterij konvergenc nizove* i objasnite njegov značaj. (1 + 2 +
4. Upoređujući red $\sum_{n\geq 1} a_n$ $(a_n > 0)$ s hiperharmonijskim i harmonijskim redom, dokažite da vrijedi sljed kriterij (koji se često naziva *logaritamskim kriterijumom* konvergencije pozitivnih redova) : *Zadani red kon ako postoji realni broj* α, $\alpha > 1$, *takav da je* $\frac{\ln\frac{1}{a_n}}{\ln n} \geq \alpha$, *za svaki* $n \geq n_0$, *a divergira ako je* $\frac{\ln\frac{1}{a_n}}{\ln n} \leq 1$ *za sv* $n \geq n_0$, *gdje je* n_0 *fiksni prirodni broj.* (2 +
5. Definirajte pojmove *izvoda*/derivacije i *diferencijala prvog reda* realne funkcije jedne realne promjenljive i njihove geometrijske interpretacije. (1 + 1 + 1
6. Definirajte pojmove primitivne funkcije i neodređenog integrala, a zatim opišite metodu parcijaln integracije neodređenog integrala (uz navođenje dovoljnih uslova pod kojima vrijedi formula pa integracije). (1 + 1 + 2 [b.]
7. Napišite ili izvedite formulu za neodređeni integral svake od funkcija koja pripada jednoj od dvij klasa osnovnih elementarnih funkcija : *trigonometrijske funkcije, inverzne trigonometrijske funk* (2 +
8. Za realnu funkciju f jedne realne promjenljive x zadanu formulom

$$f(x) := \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}$$

ispitajte postojanje primitivne funkcije, a zatim izračunajte neodređeni integral

$$I(x) := \int f(x)dx .$$

(1 +
9. Formulišite i dokažite *prvu* ili *drugu fundamentalnu teoremu integralnog računa.* (2 + 2 [b
10. Definirajte pojmove *radijusa* i *intervala konvergencije* stepenih redova i objasnite kako se konvergencija tih redova. (1 + 1 + 2

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 09. 02. 2012.

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1 (IM1)

1. Objasnite pojmove: *skup, elementi skupa, relacija*; definirajte pojmove: *dobro definiran*/određen *skup, relacija inkluzije, podskup skupa, jednakost skupova, partitivni skup* (*bulean*). (1,5 + 2,5 [b.])
2. Korjenovanje kompleksnih brojeva (Rješavajući binomnu jednačinu $z^n = a$, ($n \in \mathbf{N}$, $a \in \mathbf{C}$), izvedite obrazac za korjenovanje kompleksnih brojeva). (4[b.])
3. Dokažite da niz $\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)$ konvergira i definirajte (*Eulerov*) broj e. (3,5 + 0,5 [b.])
4. Formulišite i dokažite jedan teorem o limesu složene funkcije. (2 + 2 [b.])
5. Formulišite i geometrijski interpretirajte (ili dokažite) *Chauchyjev teorem srednje vrijednosti*. (1 + 2 [b.])
6. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom:
$$f(x) = \sqrt{x^3 - \frac{b}{4}x^2},$$
gdje je b ukupan skor koji se sastoji od broja bodova koje ste ostvarili kroz prisustvo nastavi, izradu DZ i polaganje parcijalnih ispita iz IM1 (u toku Vašeg studija na *Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Sarajevu*). Odredite (prirodni) domen $D(f)$ zadane funkcije f, a zatim izračunajte diferencijal $d^2 f(x)$ (ili ustanovite da ne postoji) u svakoj od tačaka $x \in D(f)$ i odredite sve eventualne lokalne ekstreme zadane funkcije f. (1 + 2 + 3 [b.])
7. Definirajte pojmove: *primitivna/prvobitna funkcija, neodređeni integral* i *integriranje*, a zatim objasnite postupke integriranja *diferencijalnog binoma*. (1 + 0,5 + 0,5 + 2 [b.])
8. Izračunajte derivaciju prvog reda funkcije $f(x) := \int_{-x}^{x} \exp(-\frac{1}{t^2})\, dt$, ($x \in \mathbf{R}$), u tački $x := 2$. (3 [b.])
9. Definirajte pojmove *određenog integrala* (u *Riemannovom smislu*) na dva /ekvivalentna!/ načina:
   1) pomoću *donjeg* i *gornjeg Darbouxovog integrala*,
   2) pomoću *granične vrijednosti* (*Riemannovih*) *integralnih suma*.

   Zatim objasnite geometrijsku ili fizikalnu interpretaciju određenog integrala. (1 + 2 + 2 [b.])
10. Formulišite i dokažite *Weierstrassov kriterij uniformne konvergencije* funkcionalnih redova. (1 + 2[b.])

IME I PREZIME STUDENTA : ....

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 4. 9. 2012.

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. Definirajte pojmove: *preslikavanje /funkcija, binarna operacija, surjekcija, injekcija* i *bijekcija.* (1 +1 + 1 +1 [b.])
2. Navedite osnovna svojstva binomnih koeficijenata i izvedite *Pascalovu jednakost* (ili izvedite *Newtonovu binomnu formulu*). (2 + 2 [b.])
3. Predstavite u eksponencijalnom obliku kompleksni broj z: $z = \frac{1-3i}{1-i} - \frac{b+i}{2+i}$, gdje je i imaginarna jedinica, a b ukupan broj bodova koji ste ostvarili na prijemnom ispitu za prijem na studij na *Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Sarajevu.* (4 [b.])
4. Definirajte pojmove *izvoda*/derivacije i *diferencijala prvog reda* realne funkcije jedne realne promjenljive i objasnite njihove geometrijske interpretacije. (1 +1 + 1 +1 [b.])
5. Sa i bez primjene logaritamskog izvoda, izračunajte izvod $f'(x)$ ako je: $f(x) := \frac{\sqrt[3]{x+1}}{(1-3x)^4}$. (2 + 2 [b.])
6. Izračunati (ili ustanoviti da ne postoji) izvod funkcije f zadane formulom

   $f(x) = \log(\arcsin\sqrt{1+x^2})$, uz precizno definiranje svih pojmova koji se koriste u postavci i/ili trješenju ovog zadatka. (2 + 2 [b.])
7. Za realnu funkciju f jedne realne promjenljive x zadanu formulom

$$f(x) := \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0, \\ 2\sin(x)\cos(nx), & 0 < x < \pi, \end{cases}$$

   ispitajte postojanje primitivne funkcije, a zatim izračunajte integral $\int f(x)\,dx$. (1 + 3 [b.])
8. Definirajte pojmove i navedite odgovarajuće primjere: *konačan skup, prebrojiv skup, diskretan skup, primitivna funkcija.* Zatim formulišite *prvu fundamentalnu teoremu integralnog računa* i navedite njene važne posljedice. (2 +2 [b.])
9. Formulišite i dokažite *prvu* ili *drugu fundamentalnu teoremu integralnog računa.* (2 +2 [b.])
10. Definirajte pojmove *Taylorov red* i *Maclaurinov red*, pa formulišite i dokažite stav o potrebnom i dovoljnom uslovu konvergencije Taylorovog reda. (1 + 1 + 2 [b.])

IME I PREZIME STUDENTA : Alen Ismić

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 9. 9. 2011.

ISPITNA PITANJA
ZA USMENI (ZAVRŠNI) ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. a) Definirati pojmove: kompleksni broj, modul i argument kompleksnog broja
   b) Korjenovanje kompleksnih brojeva (Rješavajući binomnu jednačinu $z^n = a$, $(n \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{C})$, izvesti obrazac za korjenovanje kompleksnih brojeva).
   c) Izračunati sve vrijednosti korijena $\sqrt[3]{-2+2i}$ (u skupu kompleksnih brojeva), gdje je i imaginarna jedinica.
2. a) Definirati pojam izvoda (derivacije) realne funkcije jedne realne promjenljive i objasniti njegovu geometrijsku interpretaciju.
   b) Primjenom pravila za izvod složene funkcije izračunati izvod (prvog reda) funkcije
   $$g(x) = \ln(\arcsin\frac{x}{x+1}).$$
   c) Definirati pojam diferencijala realne funkcije jedne realne promjenljive, a zatim (sa ili bez primjene logaritamskog izvoda) izračunati diferencijal funkcije $f(x) := \frac{e^{-3x}\sqrt{1-2x}}{(x^2+2x-3)^2}$.
3. a) Definirajte pojmove neodređenog i određenog integrala.
   b) Izračunati neodređeni integral $\int e^x \cos x \, dx$.
   c) Izračunati površinu lika u xy-ravni ograničenog linijama zadanim jednačinama:
   $$x = 2y, \; x = y^2, \; y^2 = 2x.$$
4. Napisati (ili izvesti) formule za izvode i neodređene integrale stepene i eksponencijalne funkcije i njihovih inverznih funkcija.

..................(//)..................

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 25. 08. 2011.

ISPITNA PITANJA
ZA USMENI (ZAVRŠNI) ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. a) Pojmovi preslikavanja/funkcije i inverzne funkcije (Objasniti/definirati pojmove: preslikavanje/funkcija, restrikcija/suženje i ekstenzija/proširenje funkcije, surjekcija, injekcija,
   b) bijekcija, inverzna funkcija i njena osnovna svojstva).

2. a) Pojmovi neprekidnosti, tačaka prekida i singulariteta realne funkcije jedne realne promjenljive. Klasifikacija tačaka prekida i singulariteta funkcije. Globalna svojstva neprekidnih funkcija

   b) (Formulisati ta svojstva i izvesti jedno globalno svojstvo neprekidnih funkcija.)

3. a) Objasniti pojam određenog integrala kao složene funkcije donje i gornje granice, a zatim formulisati i dokazati teoreme o metodi smjene (supstitucije) promjenljive i metodi parcijalne i
   b) ntegracije za izračunavanje određenog integrala.

4. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom Funkcija $f(x) := \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$.

   a) Odrediti prirodni domen funkcije $g(x) := \sqrt{f(\operatorname{tg} x)}$ za $x \neq 0$, $g(0) = z\ (z \geq 0)$, a zatim odrediti i klasificirati eventualne njene tačke prekida i singulariteta, gdje je f zadana funkcija.
   b) Ispitati parnost i periodičnost te odrediti prvi izvod funkcije g definirane u a).

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 08. 02. 2011.

ISPITNA PITANJA
ZA USMENI (ZAVRŠNI) ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. a) Objasniti bar dvije od uobičajenih interpretacija logike iskaza (kao rečenice nekog govornog jezika, relejno-prekidačka interpretacija, skupovna interpretacija i dr.).
   b) Definirati pojmove: najmanji i najveći element skupa, minimalni /početni i maksimalni element skupa, ograničen skup, donja međa/infimum i gornja međa/supremum skupa.
   c) Definirati pojmove i navesti odgovarajuće primjere beskonačnog, diskretnog i neprebrojivog skupa.
   d) Formulisati definiciju pojma složene funkcije (kompozicije funkcija), a zatim izvesti osnovna svojstva kompozicije dviju funkcija funkcija f, g (posmatrajući slučajeve kada je funkcija f injekcija/surjekcija i g surjekcija/injekcija).
2. a) Definirati pojam skupa **C** kompleksnih brojeva i kompleksne brojeve /u obliku uređenih parova/, a zatim provjeriti da je $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ polje.
   b) Definirati pojmove: imaginarni brojevi, čisto imaginarni brojevi, imaginarna jedinica, algebarski /standardni/ oblik kompleksnog broja, modul i argument kompleksnog broja.
   c) Predstaviti u eksponencijalnom obliku kompleksni broj $\frac{1}{z}$ ako je $z = \frac{1-3i}{1-i} - \frac{i}{2+i}$, gdje je i imaginarna jedinica.
   d) Stepeni redovi s kompleksnim članovima (Definirati pojam takvog reda, a zatim navesti koja se svojstva realnih stepenih redova proširuju i na kompleksne stepene redove ili objasniti kako se pomoću kompleksnih stepenih redova mogu definirati osnovne elementarne funkcije.).
3. a) Definirati pojam izvoda (derivacije) realne funkcije jedne realne promjenljive i objasniti njegovu fizikalnu interpretaciju.
   b) Izvesti pravilo/formulu za izvod složene funkcije.
   c) Primjenom pravila za izvod inverzne funkcije izračunati izvod funkcije $f(x) = \arccos x$.
   d) Definirati pojam diferencijala realne funkcije jedne realne promjenljive, a zatim (sa ili bez primjene logaritamskog izvoda) izračunati diferencijal funkcije $f(x) = \frac{e^{-3x}\sqrt{1-2x}}{(x^2+2x-5)^2}$.
4. a) Definirati pojam primitivne/prvobitne funkcije (tačne primitivne funkcije i primitivne funkcije) i neodređenog integrala.
   b) Navesti osnovne metode izračunavanja neodređenog integrala, a zatim opisati metodu parcijalne integracije, uz navođenje dovoljnih uslova pod kojima se ona može primijeniti.
   c) Objasniti integraciju metodom rekurzivnih formula i ilustrovati njenu primjenu na primjeru određivanja rekurentne formule za nalaženje integrala $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.
   d) Sa ili bez upotebe rekurentne formule, izračunati integral $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$

...................@...................

e) $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}dx$

Funkcija f je očito elementarna i kao takva neprekidna je na svom prirodnom domenu $Dom(f)$ datim sa: $Dom(f) = R \setminus \{0,2,3\}$.

Funkcija f ima tačnu primitivnu funkcijupa i neodređeni integral I na svakom razmaku E koji je podskup skupa $Dom(f)$, tj. $E \subseteq Dom(f)$.

$$I(x) = \int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}dx = \int \frac{x^3+1}{x(x-2)(x-3)}dx = \int \left(1 + \frac{1}{6x} + \frac{28}{3(x-3)} - \frac{9}{2(x-2)}\right)dx$$

$$= x + \frac{\ln|x|}{6} - \frac{9}{2}\ln|x-2| + \frac{28}{3}\ln|x-3| + C,$$

gdje je C proizvoljna realna konstanta. 0.125 p

Sarajevo, 24. 01. 2012.

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA I

1. Definirajte pojmove: kompleksni broj, modul i argument kompleksnog broja. (1 + 1 + 1 [b.])
2. Predstavite u trigonometrijskom obliku kompleksni broj $-\sqrt{3}+i$ (gdje je i imaginarna jedinica). (2 [b.])
3. Formulišite i dokažite *D'Alembertov kriterijum* konvergencije za pozitivne redove realnih brojeva. (2 + 3 [b.])
4. Definirajte pojam konačnog limesa i pojam beskonačnog limesa realne funkcije jedne realne promjenljive. (1 + 1 [b.])
5. Definirajte pojam izvoda/derivacije prvog reda realne funkcije jedne realne promjenljive i objasnite njegovu geometrijsku interpretaciju. (2 + 1 [b.])
6. Izvedite opštu formulu/pravilo za izvod složene funkcije i primjenom te formule izračunajte izvod (prvog reda) funkcije
$$f(x) := \operatorname{arctg}\left(\sin^3 x\right).$$
(4 + 2 [b.])
7. Definirajte pojmove sriktno primitivne funkcije, primitivne funkcije i neodređenog integrala, a zatim opišite metodu parcijalne integracije neodređenog integrala (uz navođenje dovoljnih uslova pod kojima vrijedi formula parcijalne integracije). (1 + 2 + 1 + 2 [b.])
8. Za realnu funkciju f jedne realne promjenljive x zadanu formulom
$$f(x) := \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}$$
ispitajte postojanje primitivne funkcije, a zatim izračunajte neodređeni integral
$$I(x) := \int f(x)\,dx.$$
(2 + 4 [b.])
9. Napišite (ili izvedite) formule za izvode i neodređene integrale) funkcija tg i arctg. (1 + 1 [b.])
10. Formulišite i dokažite *prvu* ili *drugu fundamentalnu teoremu integralnog računa.* (2 + 3 [b.])

IME I PREZIME STUDENTA : ....

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 25. 01. 2012

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

1. Definirajte pojmove: *imaginarni brojevi*, *čisto imaginarni brojevi*, *imaginarna jedinica*, *algebarski* /standardni/ *oblik kompleksnog broja*, *konjugirano* /spregnuti/ *kompleksni brojevi*.
(1 + 0,5 + 0,5 + 0,5 +0,5 [b.])

2. Predstavite u eksponencijalnom obliku kompleksni broj $z_3 = -1 - i$ (gdje je i imaginarna jedinica).
(2 [b.])

3. Definirajte *pojam neprekidnosti* i *pojam uniformne neprekidnosti* realne funkcije jedne realne promjenljive.
(1 + 1 [b.])

4. Definirajte *pojam diferencijala prvog reda* realne funkcije jedne realne promjenljive i objasnite njegovu geometrijsku interpretaciju.
(2 + 1 [b.])

5. Izvedite opštu formulu/pravilo za izvod inverzne funkcije i primjenom te formule izračunajte izvod (prvog reda) funkcije

$$f(x) := \operatorname{arc\,tg}(x).$$
(4 + 2 [b.])

6. Koje su osnovne teoreme diferencijalnog računa? Formulišite, geometrijski interpretirajte i dokažite jednu od tih teorema.
(1 + 1 +1 + 2 [b.])

7. Definirajte pojam *tačne primitivne funkcije* i pojam *primitivne funkcije*, a zatim opišite *metodu zamjene promjenljive u neodređenom integralu*, uz navođenje dovoljnih uslova pod kojima se može primijeniti ta metoda. Navesti i po jedan primjer kada jesu i kada nisu ti uslovi ispunjeni.).
(1 + 1 + 1 + 2 + 1 [b.])

8. Za realnu funkciju f jedne realne promjenljive x zadanu formulom

$$f(x) := \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0. \\ 2\sin(x)\cos(nx), & 0 < x < \pi \end{cases}$$

ispitajte postojanje primitivne funkcije, a zatim izračunajte neodređeni integral

$$I(x) := \int f(x)dx.$$
(2 + 3 [b.])

9. Definirati pojmove: *Darbouxove sume*, *integralne Riemannove sume*, *integrabilnost* i *određeni integral u Riemannovom smislu*, a zatim formulisati kriterij integrabilnosti funkcije.
(0,5 + 0,5 + 1 + 1+ 1 [b.])

10. Definirajte pojam *Taylorovog reda*, pa formulišite i dokažite stav o potrebnom i dovoljnom uslovu konvergencije Taylorovog reda.
(1 + 1 + 2 [b.])

IME I PREZIME STUDENTA : Ema Vuk