Elektrotehnički fakultet
Univerzitet u Sarajevu

UNIVERZITET U SARAJEVU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

Sarajevo, 12.06. 2013.

ISPITNA PITANJA
ZA ZAVRŠNI/USMENI ISPIT IZ INŽENJERSKE MATEMATIKE 2

1. a) Granična vrijednost (simultana i uzastopna/ sukcesivna) funkcije više realnih promjenljivih – pojam, osnovna svojstva i računanje pomoću transformacije koordinata
   b) Neprekidnost i uniformna/ravnomjerna neprekidnost funkcija dvije ili više promjenljivih. Lokalna i globalna svojstva neprekidnih funkcija više promjenljivih (formulacije i dokaz jednog od njih).
2. Napisati nužne i dovoljne uslove diferencijabilnosti funkcije triju varijabli, a zatim neki od tih uslova i dokazati
3. Definirati pojmove totalnog diferencijala, egzaktne diferencijalne jednačine, a zatim objasniti postupak rješavanja takve jednačine.
4. a) Aproksimirajte funkciju $f(x,y)=(x^2-1)\ln(1-x)+xy^2+y^3$ MacLaurinovim polinomom trećeg stepena $T_3(x,y)$, uz prethodnu provjeru da je to moguće.

I. $T_3(x,y)=x+\frac{x^2}{2}-\frac{2}{3}x^3+x^2y+y^3$. II. $T_3(x,y)=x+\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x^3+x^2y+y^3$.

III. $T_3(x,y)=x+\frac{x^2}{2}-\frac{2}{3}x^3+xy$. IV. $T_3(x,y)=x+\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x^3+xy$.

b) Predstavite istu funkciju Maclaurintovim redom, odnosno pokažite da vrijedi:

$$f(x,y)=x+\frac{x^2}{2}-\sum_{n=3}^{+\infty}\frac{2}{n(n-2)}x^n+xy^2+y^3$$

5. Definirati pojmove: Vektorska funkcija jednog skalarnog argumenta, vektorska funkcija skalarna argumenta i njeni parcijalni izvodi (prvog ili višeg reda), površi klase regularnosti, glavna normala, površinski integrali (prve i druge vrste), a zatim formulisati i izvesti vezu između površinskih integrala prve i druge vrste.

Sarajevo, 10. 09. 2013.

ISPITNA PITANJA
ZA USMENI (ZAVRŠNI) ISPIT PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 2

1. a) Definirati pojmove realne funkcije više realnih promjenljivih/varijabli, vektorske funkcije više realnih promjenljivih nivo – linija (nivoskih linija) i nivo – površi.

   b) Odredit i grafički prikazati prirodni domen Dom (f) i nivoske linije, te skicirati grafik funkcije f iz $\mathbf{R}^2$ u $\mathbf{R}$ zadane formulom $f(x,y) := \dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2-4y^2}}$, a zatim ustanoviti osnovna svojstva skupa Dom(f) (ograničenost, povezanost, konveksnost, otvorenost /zatvorenost).

   c) Odrediti definiciono područje i ispitati parnost, simetričnost i homogenost funkcije f zadane formulom $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sin x-\sin y}, & y\neq x,\\ 0, & y=x.\end{cases}$.

2. a) Definirati pojmove parcijalnog izvoda/ parcijalne derivacije, parcijalnog i totalnog diferencijala (prvog reda).

   b) Objasniti da li totalni diferencijali (prvog reda i drugog reda) imaju svojstvo invarijantnost forme.

   c) *Lagrangeova teorema srednje vrijednosti* za funkcije više promjenljivih (Formulacija, dokaz i njene važne posljedice i primjene.).

3. a) Osnovne diferencijalne jednačine prvog reda riješene po izvodu (sa separiranim/ razdvojenim promjenljivim, homogene, linearne, *Bernoullijeva*, *Riccatijeva*, egzaktna /totalnog diferencijala).

   b) Neka su $y_1(x), y_2(x)$ dva linearno nezavisna rješenja homogenog dijela (za $f(x)=0$) linearne diferencijalne jednačine $y'' + p(x)\,y' + q(x)\,y = f(x)$. (*) Metodom varijacije konstanti izvesti *univerzalnu formulu za jedno partikularno rješenje* $\tilde{y}(x)$ *nehomogene linearne diferencijalne jednačine* (*), koje ovisi o rješenjima $y_1(x), y_2(x)$ i desnoj strani $f(x)$:

   $$\tilde{y}(x) = -y_1(x)\int \frac{y_2(x)}{W(y_1,y_2)(x)} f(x)\,\mathrm{d}x + y_2(x)\int \frac{y_1(x)}{W(y_1,y_2)(x)} f(x)\,\mathrm{d}x\,,$$

   gdje $W(y_1,y_2)(x)$ obilježava Wronskijan funkcija $y_1(x), y_2(x)$.)

   c) Primjenom prethodnog pravila pod b) (ili metodom pogađanja partikularnog rješenja ili nekom drugom metodom), pronaći opšte rješenje jednačine $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2}$.

4. a) Definirati pojmove trigonometrijskog reda , *Fourierovog reda i trigonometrijskog Fourierovog reda,* a zatim formulisati teoreme o konvergenciji Fourierovog reda (*Dirichletov* teorem i dr.).

   b) Definirati pojmove Fourierovog integrala i Fourierove transformacije, a zatim objasniti vezu između Laplaceove i Fourierove transformacije.

@