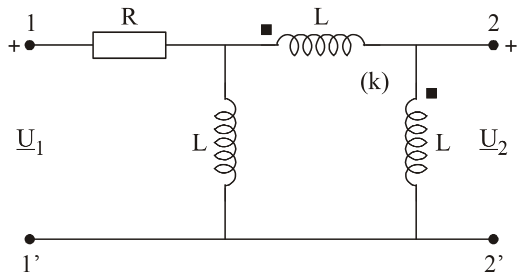
# MAGNETNO SPREGNUTA KOLA

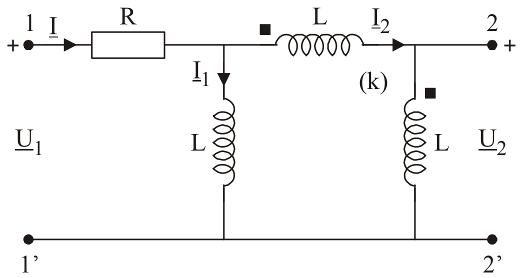
**Zadatak broj 1.**

Parametri mreže predstavljene na slici su otpornost otpornika $R$, induktivitet zavojnica $L$, te koeficijent magnetne sprege zavojnica $k$. Ako je na krajeve mreže 1-1' priključen izvor napona $\underline{U}_1$, odrediti napon otvorenih krajeva 2-2'. Kako glasi izraz za napon $\underline{U}_2$ u slučaju da je koeficijent magnetne sprege zavojnica maksimalan?




**Rješenje:**

Kompleksne jednačine mreže mogu se napisati u obliku:




$$\underline{U}_1 = R(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + j(2\omega L + 2k\omega L)\underline{I}_2$$

$$j\omega L\underline{I}_1 = j(2\omega L + 2k\omega L)\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = j(\omega L + k\omega L)\underline{I}_2$$

odnosno u sređenoj formi kao:

$$\underline{U}_1 = R\underline{I}_1 + \left[R + j2(1+k)\omega L\right]\underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$j\omega L\underline{I}_1 = j2(1+k)\omega L\underline{I}_2 \qquad (2)$$

$$\underline{U}_2 = j(1+k)\omega L\underline{I}_2 \qquad (3)$$

Iz jednačine (2) slijedi jednačina:

$$\underline{I}_1 = 2(1+k)\underline{I}_2 \qquad (4)$$

pa se njenim uvrštavanjem u jednačinu (1) dobija izraz:

$$\underline{U}_1 = \left[(3+2k)R + j2(1+k)\omega L\right]\underline{I}_2 \qquad (5)$$

Iz odnosa napona $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$ (relacija (3) i (5)), dobija se izraz za napon otvorenih krajeva 2-2' oblika:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j(1+k)\omega L}{\left[(3+2k)R + j2(1+k)\omega L\right]}$$

odnosno:

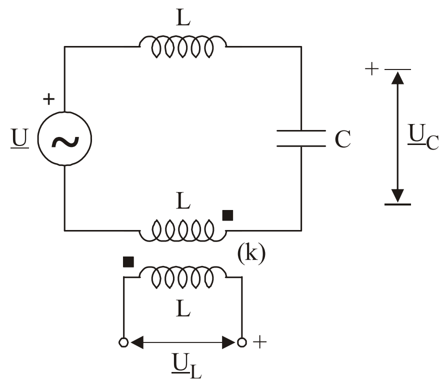
$$\underline{U}_2 = \frac{j(1+k)\omega L}{\left[(3+2k)R + j2(1+k)\omega L\right]}\underline{U}_1$$

U slučaju da je koeficijent magnetne sprege zavojnica maksimalan, izraz za napon otvorenih krajeva 2-2' je oblika:

$$\underline{U}_2 = \frac{j2\omega L}{5R + j4\omega L}\underline{U}_1$$

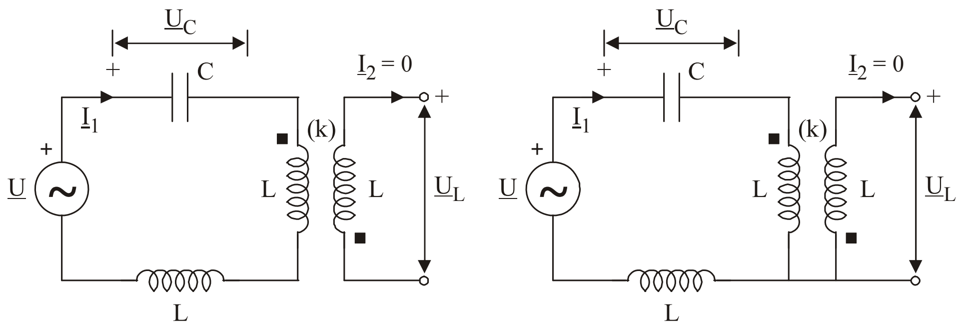
**Zadatak broj 2.**

U mreži poznatih parametara $L$, $C$ i $k$, djeluje prostoperiodični naponski generator napona $\underline{U}$. Sekundar induktivno spregnutih zavojnica je otvoren. Odrediti fazore napona $\underline{U}_L$ i $\underline{U}_C$.




**Rješenje:**

Analizirana mreža može se predstaviti i na način kako je to ilustrovano na slici 1.




slika 1. *Analizirana mreža*

Uz usvojene smjerove i oznake fazora struja u granama mreže, te uz izvršenu transformaciju mreže koristeći se T šemom, mreža sa slike 1 dobija oblik kao na slici 2 za koju se prema KZN mogu postaviti kompleksne jednačine ($\underline{I}_2 = 0$):

$$\underline{U} = \left[ j\omega L - j\frac{1}{\omega C} + j\omega L \right] \underline{I}_1$$
$$\underline{U}_L = -jk\omega L \underline{I}_1$$

odnosno, u sređenom obliku kao:

$$\underline{U} = j(2\omega L - \frac{1}{\omega C})\underline{I}_1$$
$$\underline{U}_L = -jk\omega L \underline{I}_1$$

Fazor struje $\underline{I}_1$ može se odrediti direktno iz prve jednačine u obliku:

$$\underline{I}_1 = -j\frac{\underline{U}}{(2\omega L - \frac{1}{\omega C})} = j\frac{\omega C}{1 - 2\omega^2 LC}\underline{U}$$

pa su fazori napona $\underline{U}_L$ i $\underline{U}_C$ određeni kao:

$$\underline{U}_L = -jk\omega L \underline{I}_1 = \frac{k\omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC}\underline{U}$$

$$\underline{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\underline{I}_1 = \frac{1}{1 - 2\omega^2 LC}\underline{U}$$

**Zadatak broj 3.**

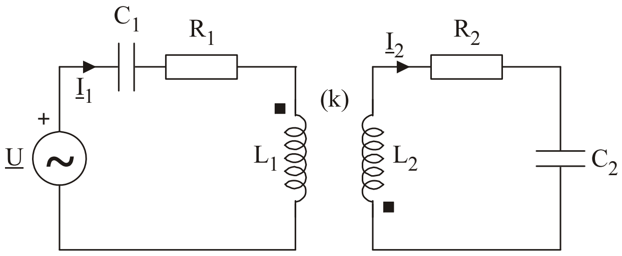
Analizira se mreža sa magnetno spregnutim zavojnicama. Aktivne otpornosti zavojnica $R_1$ i $R_2$ su male, a učestanost prostoperiodičnog generatora napona:

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

je podešena tako da odgovara sopstvenim učestanostima oba kola:

$$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \omega$$

Sprega među zavojnicama je podešena tako da je struja u sekundarnom kolu maksimalna. Ako je aktivna otpornost primarnog kola $R_1$, koliku aktivnu snagu ulaže generator u oba kola?




**Rješenje:**

Pod pretpostavkom da su otpornosti oba kola male, približne vrijednosti njihovih sopstvenih učestanosti jednake su učestanosti naponskog generatora:

$$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \omega$$

pa su reaktanse oba kola jednake nuli:

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 0$$

$$X_2 = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} = 0$$

Iz kompleksnih jednačina kola:

$$\underline{U} = R_1 \underline{I}_1 + jX_{12}\underline{I}_2$$

$$0 = jX_{12}\underline{I}_1 + R_2\underline{I}_2$$

određuju se fazori struja u obliku:

$$\underline{I}_1 = \frac{R_2}{R_1 R_2 + X_{12}^2}\underline{U}$$

$$\underline{I}_2 = -j\frac{X_{12}}{R_1 R_2 + X_{12}^2}\underline{U}$$

Međusobna reaktansa zavojnica dobija se iz uslova da je efektivna vrijednost struja u sekundarnom kolu maksimalna:

$$\frac{dI_2}{dX_{12}} = 0$$

Iz jednačine

$$\frac{dI_2}{dX_{12}} = \frac{d}{dX_{12}}\left\{\frac{X_{12}}{R_1 R_2 + X_{12}^2}U\right\} = 0$$

dobija se:

$$X_{12} = \sqrt{R_1 R_2} = k\omega\sqrt{L_1 L_2} ,$$

pa je fazor struje u primarnom kolu određen kao:

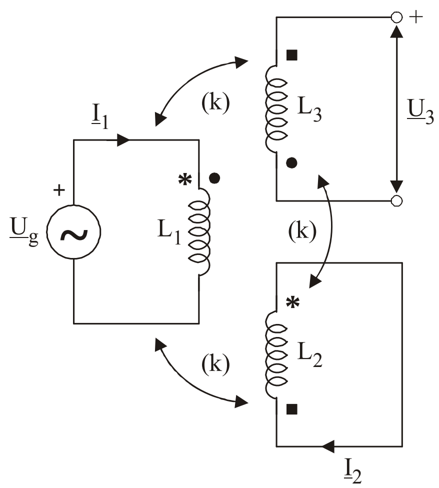
$\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{U}}{2R_1}$ , a snaga koju generator ulaže u oba kola:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}_1^* = \underline{U}(\frac{\underline{U}}{2R_1})^* = \frac{\underline{U}\underline{U}^*}{2R_1} = \frac{U^2}{2R_1}$$

je čisto aktivna pošto je $X_1 = X_2 = 0$, pa je reaktivna snaga jednaka nuli.

**Zadatak broj 4.**

Tri idealne zavojnice sopstvenih induktivnosti $L_1$, $L_2$ i $L_3$, vezane su u mreži predstavljenoj na slici. Koeficijenti sprege sve tri zavojnice su jednaki i iznose $k$. Krajevi zavojnice induktivnosti $L_3$ su otvoreni. U mreži djeluje prostoperiodičnoi generator čiji je fazor napona $\underline{U}_g$. Odrediti fazore struja $\underline{I}_1$ i $\underline{I}_2$, te fazor napona $\underline{U}_3$.




**Rješenje:**

Kompleksne jednačine mreže napisane prema KZN imaju oblik:

$$\underline{U}_g = j\omega L_1 \underline{I}_1 - jk\omega\sqrt{L_1 L_2}\,\underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$0 = -jk\omega\sqrt{L_1 L_2}\,\underline{I}_1 + j\omega L_2 \underline{I}_2 \qquad (2)$$

$$\underline{U}_3 = -jk\omega\sqrt{L_1 L_3}\,\underline{I}_1 + jk\omega\sqrt{L_2 L_3}\,\underline{I}_2 \qquad (3)$$

Iz jednačina (1) i (2) određuju se fazori struja $\underline{I}_1$ i $\underline{I}_2$:

$$\underline{I}_1 = -j\frac{\underline{U}_g}{(1-k^2)\omega L_1} \qquad (4)$$

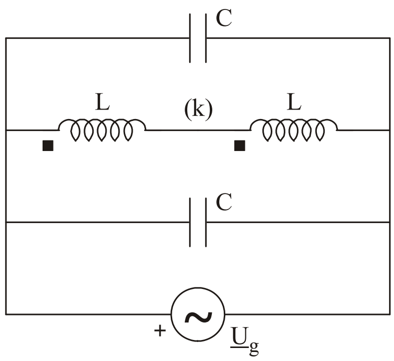
$$\underline{I}_2 = -j\frac{k\underline{U}_g}{(1-k^2)\omega\sqrt{L_1 L_2}} \qquad (5)$$

a iz jednačina (3), (4) i (5) fazor napona otvorenih krajeva zavojnice induktivnosti $L_3$:

$$\underline{U}_3 = -\frac{k}{1+k}\sqrt{\frac{L_3}{L_1}}\,\underline{U}_g \qquad (6)$$

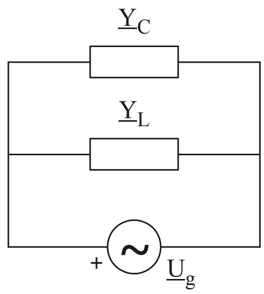
**Zadatak broj 5.**

U mreži poznatih parametara $L$, $C$ i $k$ djeluje prostoperiodični generator fazora napona $\underline{U}_g$. Pri kojoj je učestanosti generatora ulazna admitansa mreže jednaka nuli? Kolika se ukupna reaktivna snaga troši na zavojnicama, a kolika na kondenzatorima?




**Rješenje:**

Analizirana mreža može se predstaviti u ekvivalentnoj formi kao što je to ilustrovano na sljedećoj slici, pri čemu je:




$$\underline{Y}_L = -j\frac{1}{2(1+k)\omega L}; \quad \underline{Y}_C = j2\omega C$$

Ulazna admitansa mreže jednaka je zbiru admitansi grana:

$$\underline{Y}_{ul} = \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = -j\frac{1}{2(1+k)\omega L} + j2\omega C$$

i da bi ona bila jednaka nuli potrebno je ispuniti uslov:

$$2\omega C = \frac{1}{2(1+k)\omega L}$$

odakle se može odrediti tražena učestanost generatora:

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{(1+k)LC}} = \omega_a$$

koja predstavlja antirezonantnu učestanost pri kojoj je ulazna susceptansa mreže jednaka nuli, $\underline{Y}_{ul} = jB_{ul} = 0$.

Pri učestanosti izvora $\omega = \omega_a$, admitanse grana mreže su:

$$\underline{Y}_L = -j\frac{1}{2(1+k)\omega_a L} = -j\sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}$$

$$\underline{Y}_C = j2\omega_a C = j\sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}$$

a prividne snage koje generator ulaže u njih:

$$\underline{S}_L = \underline{U}_g \underline{I}_L^* = \underline{U}_g (\underline{Y}_L \underline{U}_g)^* = \underline{U}_g \underline{U}_g^* \underline{Y}_L^* = |\underline{U}_g|^2 \underline{Y}_L^* = j\sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}|\underline{U}_g|^2$$

$$\underline{S}_C = \underline{U}_g \underline{I}_C^* = \underline{U}_g (\underline{Y}_C \underline{U}_g)^* = \underline{U}_g \underline{U}_g^* \underline{Y}_C^* = |\underline{U}_g|^2 \underline{Y}_C^* = -j\sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}|\underline{U}_g|^2$$

Ukupna reaktivna snaga koja se troši na zavojnicama je:

$$Q_L = \sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}\left|\underline{U}_g\right|^2$$

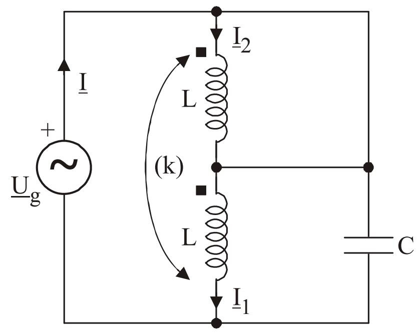
a na kondenzatorima:

$$Q_C = -\sqrt{\frac{C}{(1+k)L}}\left|\underline{U}_g\right|^2$$

Dakle, za analiziranu mrežu može se zaključiti da je pri antirezonantnoj učestanosti izvora ukupna snaga generisana izvorom jednaka nuli.

**Zadatak broj 6.**

Analizira se reaktivna mreža predstavljena na slici kod koje su zavojnice u magnetnoj sprezi. Parametri mreže $L$, $C$ i $k$, te fazor napona naponskog generatora $\underline{U}_g$ su poznate veličine. Odrediti ulaznu impedansu mreže, te pokazati da je ulazna admitansa mreže jednaka nuli pri učestanosti naponskog izvora jednakoj:




$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(1-k^2)LC}}$$

**Rješenje:**

Kompleksne jednačine mreže napisane prema KZS i KZN imaju oblik:

$$\underline{U}_g = j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2$$
$$0 = jk\omega L\underline{I}_1 + j\omega L\underline{I}_2$$
$$\underline{I} = j\omega C\underline{U}_g + \underline{I}_1$$

Njihovim rješavanjem dobija se ulazna impedansa mreže oblika:

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{\underline{U}_g}{\underline{I}} = j\frac{(1-k^2)\omega L}{1-(1-k^2)\omega^2 LC} = jX_{ul}$$

odnosno, ulazna admitansa mreže:

$$\underline{Y}_{ul} = \frac{1}{\underline{Z}_{ul}} = -j\frac{1-(1-k^2)\omega^2 LC}{(1-k^2)\omega L} = -jB_{ul}$$

koja je jednaka nuli pri učestanosti izvora (koja predstavlja antirezonantnu učestanost):

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(1-k^2)LC}} = \omega_a$$

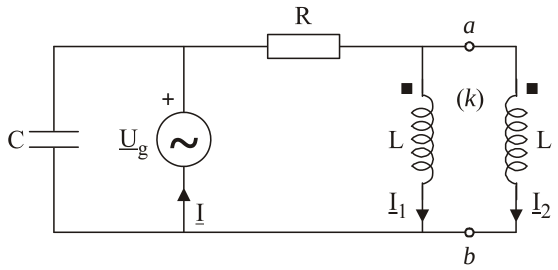
**Zadatak broj 7.**

Analizira se magnetno spregnuto kolo kao na slici u kojem djeluje prostoperiodični naponski generator čiji je fazor napona $\underline{U}_g = 52\ (V)$. U kolu je postignut uslov $2R = \omega L$.

Potrebno je:

a) odrediti fazor struje generatora $\underline{I}$;
b) odrediti fazor napona koji vlada na magnetno spregnutim zavojnicama $\underline{U}_{ab}$;
c) odrediti aktivnu i reaktivnu snagu koju generator ulaže u kolo, polazeći od izraza za prividnu snagu generatora $\underline{S}_g = \underline{U}_g\underline{I}^*$.

Poznate su vrijednosti: $R = 4\ (\Omega)$, $(\omega C)^{-1} = 26\ (\Omega)$, $k = 0,5$ .




**Rješenje:**

**a)** Jednačine dinamičke ravnoteže kola napisane prema KZS i KZN glase:

$$\underline{I} = \underline{I}_C + \underline{I}_R \qquad (1)$$

$$\underline{I}_C = j\omega C\underline{U}_g \qquad (2)$$

$$\underline{U}_g = R\underline{I}_R + j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2 \qquad (3)$$

$$j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2 = j\omega L\underline{I}_2 + jk\omega L\underline{I}_1 \qquad (4)$$

Iz jednačine (4) slijedi:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \qquad (5)$$

na osnovu čega jednačina (3) postaje:

$\underline{U}_g = R\underline{I}_R + j(1+k)\omega L\underline{I}_1$ , odnosno, uz $\underline{I}_R = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 2\underline{I}_1$ ,

$$\underline{U}_g = (R + j\frac{1+k}{2}\omega L)\underline{I}_R \qquad (6)$$

odnosno, uz uslov zadatka $2R = \omega L$ :

$$\underline{U}_g = (1 + j(1+k))R\underline{I}_R \qquad (7)$$

Na osnovu relacija (2) i (7), jednačina (1) postaje:

$$\underline{I} = j\omega C\underline{U}_g + \frac{\underline{U}_g}{(1 + j(1+k))R} = (4 - j4)\ (A)$$

**b)** Fazor napona na zavojnicama može se odrediti polazeći od relacije:

$\underline{U}_g = R\underline{I}_R + \underline{U}_L$ , odakle je prema relaciji (7):

$$\underline{U}_L = \underline{U}_g - R\underline{I}_R = \underline{U}_g - \frac{\underline{U}_g}{(1 + j(1+k))} = (36 + j24)\ (V)$$

ili kao:

$\underline{U}_L = j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2$ , odakle je uz $\underline{I}_R = 2\underline{I}_1$ i jednačinu (7):

$$\underline{U}_L = j(1+k)\omega L\underline{I}_1 = j\frac{(1+k)\omega L}{2}\frac{\underline{U}_g}{(1 + j(1+k))R} = j(1+k)\frac{\underline{U}_g}{(1 + j(1+k))} = (36 + j24)\ (V)$$

**c)** Polazeći od izraza za prividnu snagu generatora:

$$\underline{S}_g = \underline{U}_g\underline{I}^* = 52\cdot(4 - j4)^* = 52\cdot(4 + j4) = (208 + j208)\ (VA) = P_g + jQ_g ,$$

može se zaključiti da je aktivna snaga generatora $P_g = 208\ (W)$, a reaktivna snaga generatora $Q_g = 208\ (VAr)$ .

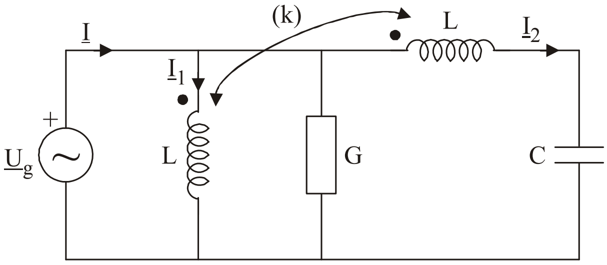
**Zadatak broj 8.**

Mreža sa spregnutim zavojnicama napaja se iz prostoperiodičnog naponskog generatora čiji je fazor napona $\underline{U}_g$ .

a) Odrediti fazor struje naponskog generatora $\underline{I}$ .

b) Za koju će vrijednost koeficijenta sprege $k_1$ fazori napona generatora i struje generatora biti u fazi?

U mreži je postignut uslov $\omega^2 LC = 1$. Poznate vrijednosti su: $G = 0,1\ (S)$, $\omega L = 10\ (\Omega)$, $\underline{U}_g = 100\ (V)$, $k = 0,25$.




**Rješenje:**

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + G\underline{U}_g + \underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$\underline{U}_g = j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2 \qquad (2)$$

$$\underline{U}_g = j(\omega L - \frac{1}{\omega C})\underline{I}_2 + jk\omega L\underline{I}_1 \qquad (3)$$

Oduzimanjem jednačine (2) od jednačine (3), dobija se:

$$j\omega L\underline{I}_1 + jk\omega L\underline{I}_2 - j(\omega L - \frac{1}{\omega C})\underline{I}_2 - jk\omega L\underline{I}_1 = 0 \text{, odnosno:}$$

$$j(1-k)\omega L\underline{I}_1 - j\left[(1-k)\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]\underline{I}_2 = 0 \text{, odakle je:}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{(1-k)\omega L - \frac{1}{\omega C}}{(1-k)\omega L}\underline{I}_2 = \frac{(1-k)\omega^2 LC - 1}{(1-k)\omega^2 LC}\underline{I}_2 \qquad (4)$$

Uvrštavanjem jednačine (4) u jednačinu (2), dobija se:

$$\underline{U}_g = j\frac{(1-k^2)\omega^2 LC - 1}{(1-k)\omega C}\underline{I}_2 \text{, odakle je:}$$

$$\underline{I}_2 = -j\frac{(1-k)\omega C}{(1-k^2)\omega^2 LC - 1}\underline{U}_g \qquad (5)$$

Uvrštavanjem jednačine (5) u jednačinu (4), ona postaje:

$$\underline{I}_1 = -j\frac{(1-k)\omega^2 LC - 1}{\omega L\left[(1-k^2)\omega^2 LC - 1\right]}\underline{U}_g \qquad (6)$$

Uvrštavanjem jednačina (5) i (6) u jednačinu (1) dobija se izraz za fazor ulazne struje kola:

$$\underline{I} = \left[G - j\frac{2(1-k)\omega^2 LC - 1}{\omega L\left[(1-k^2)\omega^2 LC - 1\right]}\right]\underline{U}_g \qquad (7)$$

Koristeći uslov dat u formulaciji zadatka, $\omega^2 LC = 1$, to se izraz (7) za struju generatora svodi na jednostavniji oblik:

$$\underline{I} = \left[G + j\frac{1-2k}{k^2\omega L}\right]\underline{U}_g = \left[G + j\frac{1-2k}{k^2}\omega C\right]\underline{U}_g$$

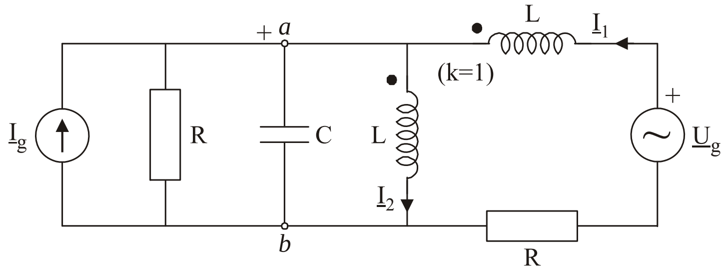
odakle je uz date brojne vrijednosti fazor struje generatora određen iznosom:

$\underline{I} = (10 + j80)\ (A)$.

Da bi fazori napona generatora i struje generatora bili u fazi, potrebno je ispuniti uslov pri kojem će imaginarni dio u relaciji za fazor ulazne struje kola biti jednak nuli, a što je postignuto pri koeficijentu magnetne sprege $k_1 = 0,5$, pa je struja generatora $\underline{I} = G\underline{U}_g = 10\ (A)$.

**Zadatak broj 9.**

Mreža sa idealno spregnutim zavojnicama ($k = 1$) napaja se iz prostoperiodičnog strujnog generatora čiji je fazor struje $\underline{I}_g$ i prostoperiodičnog naponskog generatora čiji je fazor napona $\underline{U}_g$. Odrediti fazor napona na kondenzatoru $\underline{U}_{ab}$. U mreži su postignuti uslovi: $R = \omega L$ i $\omega^2 LC = 1$. Poznate su sljedeće vrijednosti: $R = 10\ (\Omega)$, $\underline{U}_g = j200\ (V)$, $\underline{I}_g = (2 + j3)\ (A)$.




**Rješenje:**

Jednačine ravnoteže za analiziranu mrežu, napisane prema KZS i KZN, glase:

$$\underline{I}_g + \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ab}}{R} + j\omega C\underline{U}_{ab} + \underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$\underline{U}_{ab} = j\omega L\underline{I}_2 - jk\omega L\underline{I}_1 \qquad (2)$$

$$\underline{U}_g = R\underline{I}_1 + j\omega L\underline{I}_1 - jk\omega L\underline{I}_2 + j\omega L\underline{I}_2 - jk\omega L\underline{I}_1 \qquad (3)$$

Uvrštavanjem jednačine (2) u jednačinu (1) ona poprima oblik:

$$\underline{I}_g + \underline{I}_1 = (\frac{1}{R} + j\omega C)j\omega L(\underline{I}_2 - k\underline{I}_1) + \underline{I}_2 \qquad (4)$$

Jednačina (3) može se napisati u sređenijem obliku kao:

$$\underline{U}_g = R\underline{I}_1 + j(1-k)\omega L\underline{I}_1 + j(1-k)\omega L\underline{I}_2 \qquad (5)$$

Pošto su zavojnice idealno spregnute ($k = 1$), to relacije (4) i (5) postaju:

$$\underline{I}_g + \underline{I}_1 = j\omega L(\frac{1}{R} + j\omega C)(\underline{I}_2 - \underline{I}_1) + \underline{I}_2 \qquad (6)$$

$$\underline{U}_g = R\underline{I}_1 \qquad (7)$$

odakle je fazor struje naponskog generatora:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_g}{R} \qquad (8)$$

Koristeći uslove zadatka $R = \omega L$ i $\omega^2 LC = 1$, kao i jednačinu (8), relacija (6) postaje:

$$\underline{I}_g + \frac{\underline{U}_g}{R} = (j-1)(\underline{I}_2 - \frac{\underline{U}_g}{R}) + \underline{I}_2 \text{, odnosno:}$$

$$\underline{I}_g + \frac{\underline{U}_g}{R} + (j-1)\frac{\underline{U}_g}{R} = j\underline{I}_2 \text{, odakle je:}$$

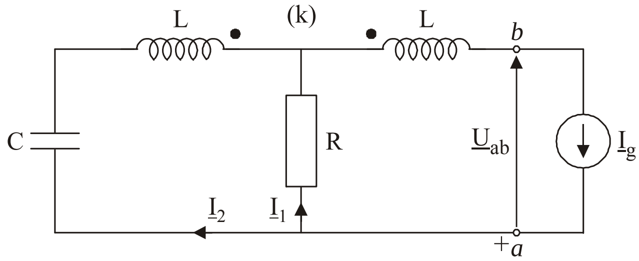
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_g}{R} - j\underline{I}_g \qquad (9)$$

Fazor napona na kondenzatoru $\underline{U}_{ab}$ može se odrediti polazeći od relacije (2), uz $k = 1$ i uz uslov zadatka $R = \omega L$:

$$\underline{U}_{ab} = j\omega L(\underline{I}_2 - \underline{I}_1) = R\underline{I}_g = (20 + j30)\ (V)$$

**Zadatak broj 10.**

Mreža sa magnetno spregnutim zavojnicama napaja se iz prostoperiodičnog strujnog generatora čiji je fazor struje $\underline{I}_g$. U mreži su postignuti sljedeći uslovi: $R = \omega L$ i $\omega^2 LC = 1$. Odrediti fazor napona na strujnom generatoru $\underline{U}_{ab}$. Poznate su sljedeće vrijednosti: $R = 40\ (\Omega)$, $k = 0{,}5$, $\underline{I}_g = (2 + j4)\ (A)$.




**Rješenje:**

Jednačine ravnoteže za analiziranu mrežu, napisane prema KZS I KZN, glase:

$$\underline{I}_g = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \qquad (1)$$

$$j\omega L\underline{I}_2 - jk\omega L\underline{I}_g - j\frac{1}{\omega C}\underline{I}_2 - R\underline{I}_1 = 0 \qquad (2)$$

$$R\underline{I}_1 + j\omega L\underline{I}_g - jk\omega L\underline{I}_2 = \underline{U}_{ab} \qquad (3)$$

Iz jednačine (1) slijedi:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_g - \underline{I}_1 \qquad (4)$$

pa se nakon uvrštavanja jednačine (4) u jednačinu (2) dobija:

$j\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}(\underline{I}_g - \underline{I}_1) - jk\omega L\underline{I}_g - R\underline{I}_1 = 0$, odnosno:

$j\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\underline{I}_g - jk\omega L\underline{I}_g = R\underline{I}_1 + j\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\underline{I}_1$, odnosno

$$\underline{I}_1 = \frac{j\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} - jk\omega L}{R + j\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}}\underline{I}_g \qquad (5)$$

Koristeći uslove zadatka $R = \omega L$ i $\omega^2 LC = 1$, jednačina (5) dobija jednostavniju formu:

$$\underline{I}_1 = -jk\underline{I}_g \qquad (6)$$

pa je na osnovu jednačine (4):

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_g + jk\underline{I}_g = (1 + jk)\underline{I}_g \qquad (7)$$

Fazor napona na strujnom generatoru $\underline{U}_{ab}$ može se odrediti polazeći od relacija (3), (6) i (7), kao i uslova zadatka $R = \omega L$ i $\omega^2 LC = 1$:

$$\underline{U}_{ab} = -jkR\underline{I}_g + jR\underline{I}_g - jk(1 + jk)R\underline{I}_g = (k^2 + j(1 - 2k))R\underline{I}_g = (20 + j40)\ (V)$$