Elektrotehnički fakultet
Univerziteta u Sarajevu

Z A D A C I (FORMULACIJE, UPUTE I REZULTATI - ODGOVORI) – Grupe A i B

SA

DRUGOG PARCIJALNOG ISPITA
IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1

Akademska **2009 - 2010. godina**

Sarajevo, 08. 01. 2010.

IME I PREZIME STUDENTA : ....
BROJ INDEKSA : ....
JEDINSTVENI MATIČNI BROJ : ....
NASTAVNA GRUPA (BROJ) : ....

UPUTSTVO:

1. Za svaki od prva četiri zadatka ponuđena su četiri odgovora od kojih je samo jedan tačan. Riješite ove zadatke, a zatim za svaki od zadataka koji ste riješili zaokružite redni broj pod kojim je naveden tačan odgovor za taj zadatak, pa taj broj upišite na odgovarajuće mjesto u dole navedenoj tabeli. Zaokruživanje više od jednog odgovora vrednuje se kao i netačan odgovor. Svaki tačan odgovor za koji je dato odgovarajuće obrazloženje s boduje sa po 2,5 boda/poena (prema naznačenom bodovanju uz zadatak) , a svaki netačan odgovor se vrednuje sa po 0 bodova. Ukoliko se ne zaokruži niti jedan od ponuđena četiri odgovora, kao i u slučaju kada za zaokruženi tačan odgovor nije dato zadovoljavajuće obrazloženje, za taj zadatak student ostvaruje 0 bodova.

2. Riješite detaljno peti zadatak, koji je s otvorenim odgovorom. Tačno urađen taj zadatak donosi 10 bodova. Boduju se i tačno urađeni dijelovi tog zadatka (pri tom bodovanju najmanja jedinica mjere je 0,5 bodova).

3. Nije dozvoljeno korištenje bilježaka, knjiga, kalkulatora, mobilnih telefona i bilo kakvih elektronskih uređaja, niti drugih pomagala, kao ni drugih papira osim uvezanih papira dobijenih za ovaj ispit. Takođe nije dozvoljen nikakav razgovor sa kolegama/studentima i dežurnim na ovom ispitu, tj. svaku izradu bilo kojeg od zadataka na ovom parcijalnom ispitu mora svaki kandidat samostalno uraditi. Svaki od kandidata koji prekrši bilo šta od ovdje navedenog, bit će isključen sa ovog ispita i ovaj njegov parcijalni ispit vrednovan sa 0 bodova.

4. Na ovom ispitnom roku postavljena su i *Pitanja iz teorijskih osnova za drugi parcijalni ispit iz* **IM1. Tačno urađeno svako od postavljena tri pitanja donosi 2 boda, pri čemu se boduju i tačno urađeni dijelovi tih pitanja.**

Rezultati drugog parcijalnog ispita iz IM1:

Zad. 1. ....
Zad. 2. ....
Zad. 3. ....
Zad. 4. ....
Zad. 5. ....

____

Ukupan broj ostvarenih bodova:

Vlastoručni potpis studenta:

____

Predmetni nastavnik:

____

V. Prof. Dr. Sci. Huse Fatkić

Z A D A C I - Grupa A:

za drugi parcijalni ispit iz predmeta INŽENJERSKA MATEMATIKA 1, ETFS, 08. 01. 2010.

Zad. 1. Izračunati lijevi izvod $f'_-(2)$ funkcije f zadane formulom $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln(2^n+x^n)}{n}$, $(x>-2)$.

[I. $\ln 2$. II. $\frac{1}{2}$. **III.** 0. IV. $\ln\frac{1}{2}$.] **(1,5 p + 1 p)**

Zad. 2. Ako je $g(x):=\dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$, izračunati:

a) derivaciju (izvod) prvog reda funkcije $f(x):=g(x)+\displaystyle\int_{-x}^{x}\frac{t^2+1}{t-1}\,\mathrm{d}t$ u tački $x=\dfrac{1}{2}$; **(0,5 p + 1 p)**

b) integral $I:=\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\big(g(x)\big)\,\mathrm{d}x$. **(1 p)**

[I. $f'\left(\frac{1}{2}\right)=-2,\ I=-\frac{1}{3}$. II. $f'\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{11}{3},\ I=-\frac{1}{3}$.

III. $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}+\frac{16}{25}\ln 2,\ I=\frac{2}{3}$. **IV.** $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{16}{25}\ln 2-\frac{10}{3},\ I=\frac{2}{3}$.]

Zad. 3. Dokazati da sljedeći funkcionalni red ravnomjerno konvergira

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{6^n\sqrt{1+(2n-1)x}},$$ **(1 p + 1, 5 p)**

a zatim odrediti sve $n\in\mathbf{N}$ tako da je $|R_n(x)|<0{,}01$ za svaki $x\ge 0$, gdje je $R_n(x)$ ostatak zadanog reda.

[I. $n=1,2,3,\dots$. **II.** $n=2,3,4,\dots$. III. $n=3,4,5,\dots$. IV. $n=4,5,6,\dots$.]

Zad. 4. Izaračunati zapreminu obrtnog tijela koje nastaje obrtanjem oko y – ose lika u xy ravni ograničenog pravama čije su jednačine $x=0$, $y=1$ i grafikom funkcije φ zadane formulom

$$\varphi(y)=\frac{y}{1+y^2}.$$ **(0,5 p + 2 p)**

[I. $\frac{\pi}{4}(\pi-2)$. II. $\frac{\pi}{8}(\pi+2)$. **III.** $\frac{\pi}{8}(\pi-2)$. IV. $\frac{\pi}{4}(\pi+2)$.]

Zad. 5. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom $f(x)=2x+\arcsin\dfrac{4x}{4+x^2}$.

a) Odrediti prirodni domen, a zatim odrediti eventualne tačke prekida i singulariteta i klasificirati ih za zadanu funkciju f i njenu recipročnu funkciju $1/f$. **(0, 5 p + 0,5 p + 1 p)**

b) Odrediti intervale monotonosti i eventualne tačke lokalnog i apsolutnog ekstrema zadane funkcije f, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njenog grafika. **(0, 5 p + 1 p + 0,5 p + 0,5 p)**

c) Primjenom diferencijalnog računa ispitati i ostala osnovna svojstva zadane funkcije f, pa na osnovu dobijenih rezultata /uključujući i rezultate u a) i b)/, nacrtati grafik zadane funkcije f. **(3 p + 2,5 p**

..................@..................

PITANJA IZ TEORIJSKIH OSNOVA ZA DRUGI PARCIJALNI ISPIT IZ IM1

1. Definirati pojam složene funkcije, a zatim izvesti pravilo/formulu za izvod (derivaciju) složene funkcije.
2. Formulisati, geometrijski interpretirati i dokazati *Rolleovu teoremu diferencijanlog računa* .
3. Definirati pojmove *integrabilnosti* i *određenog integrala u Riemannovom smislu* pomoću granične vrijednosti integralnih suma, a zatim formulistai *drugu fundamentalnu teoremu integralnog računa*.

- / -

Z A D A C I - Grupa B:

za drugi parcijalni ispit iz predmeta INŽENJERSKA MATEMATIKA 1, ETFS, 08. 01. 2010.

Zad. 1. Izračunati desni izvod $f'_{+}(2)$ funkcije f zadane formulom $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln(2^n+x^n)}{n}$, $(x>-2)$.

[I. $\ln 2$. **II.** $\dfrac{1}{2}$. III. 0. IV. $\ln\dfrac{1}{2}$.] **(1,5 p + 1 p)**

Zad. 2. Za realnu funkciju f jedne realne promjenljive zadanu formulom $f(x) := \dfrac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}$ ispitati egzistenciju primitivne funkcije i integrabilnost, a zatim izračunati neodređeni integral $I(x) := \int f(x)dx$.

[**I.** $I(x) = x+\frac{1}{6}\ln|x|-\frac{9}{2}\ln|x-2|+\frac{28}{3}\ln|x-3|+C$, ($x\neq 0,2,3$).

II. $I(x) = x+\frac{1}{3}\ln|x|-\frac{9}{2}\ln|x-2|+\frac{28}{3}\ln|x-3|+C$, ($x\neq 0,2,3$).

III. $I(x) = x+\frac{1}{6}\ln|x|-\frac{9}{4}\ln|x-2|+\frac{28}{3}\ln|x-3|+C$, ($x\neq 0,2,3$).

IV. $I(x) = x+\frac{1}{6}\ln|x|-\frac{3}{4}\ln|x-2|+\frac{28}{3}\ln|x-3|+C$, ($x\neq 0,2,3$).] **(0,5 p + 0,5 p + 1, 5 p)**

Zad. 3. Dokazati da sljedeći funkcionalni red uniformno konvergira

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n\sqrt{1+(2n-1)x}},$$ **(1 p + 1, 5 p)**

a zatim odrediti sve $n\in\mathbf{N}$ tako da je $|R_n(x)|<0{,}01$ za svaki $x\geq 0$, gdje je $R_n(x)$ ostatak zadanog reda.

[I. $n=4,5,6,\ldots$. II. $n=5,6,7,\ldots$. III. $n=6,7,8,\ldots$. **IV.** $n=7,8,9,\ldots$.]

Zad. 4. Izaračunati zapreminu (označenu sa V) tijela koje nastaje rotacijom oko x – ose lika u xy ravni ograničenog koordinatnim osama, pravom čija je jednačina $x=\dfrac{\pi}{2}$ i grafikom funkcije φ zadane formulom

$$\varphi(x)=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\,(1+\cos x\cos^2 t)^{-1}\,\mathrm{d}t.$$ **(1 p + 0,5 p + 1 p)**

[I. $V=\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi}{3}$. II. $V=\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi}{4}$. **III.** $V=\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi}{2}$. IV. $V=\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi^2}{3}$.]

Zad. 5. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom $f(x)=\dfrac{x}{2}+\arcsin\dfrac{4x}{1+4x^2}$.

a) Odrediti prirodni domen, a zatim odrediti eventualne tačke prekida i singulariteta i klasificirati ih za zadanu funkciju f i njenu recipročnu funkciju $1/f$. **(0, 5 p + 0,5 p + 1 p)**

b) Odrediti intervale monotonosti i eventualne tačke lokalnog i apsolutnog ekstrema zadane funkcije f, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njenog grafika **(0, 5 p + 1 p + 0,5 p + 0,5 p)**

c) Primjenom diferencijalnog računa ispitati i ostala osnovna svojstva zadane funkcije f, pa na osnovu dobijenih rezultata /uključujući i rezultate u a) i b)/, nacrtati grafik zadane funkcije f. **(3 p + 2,5 p)**

..................@..................

PITANJA IZ TEORIJSKIH OSNOVA ZA DRUGI PARCIJALNI ISPIT IZ IM1

1. Definirati pojam inverzne funkcije, a zatim izvesti pravilo/formulu za izvod (derivaciju) inverzne funkcije.
2. Formulisati, geometrijski interpretirati i dokazati *Lagrangeovu teoremu diferencijanlog računa* .
3. Definirati pojmove *integrabilnosti* i *određenog integrala u Riemannovom smislu* pomoću donjeg i gornjeg Darbouxovog integrala, a zatim formulisati *prvu fundamentalnu teoremu integralnog računa*.

- / -

Upute :

Upute, rješenja, rezultati i odgovori za ove ispitne zadatke ili za njihove analogone i neznatne modifikacije mogu se vidjeti u preporučenoj literaturi i/ili u materijalima za Predavanja iz Inženjerske matematike 1 **u akad. 2009/2010.godini**. ((http://c2.etf.unsa.ba/)**.**

U vezi rješenja **Zad. 1.** (za obje grupe), može se vidjeti u materijalu **„Rješenje DZ 3 iz IM1 (2009 – 2010)“**, a u vezi rješenja **Zad. 3 . i Zad. 5.** (za obje grupe), sa ovog ispitnog roka, može se vidjeti i u materijalima /pribilješkama sa Pripremne nastave (Predispitnih vježbi) iz **IM1** održane 04. 01. 2010.

Pri tome u vezi rješenja **Zad 1.** sa ovog ispitnog roka može se vidjeti i rješenje zadatka 277. b) (str. 293) na str. 297 – 298 u zbirci [**Fatkić, H. - Mesihović, B.** , *Zbirka riješenih zadataka iz matematike I,* ETF, Sarajevo, 1973. (Tehnički odsjek Instituta za istoriju, Sarajevo); Corons, Sarajevo, 2002.].

Zad. 2. (za grupu B) je sa Dodatnog ispitnog roka od 21. 08. 2008. godine, a njegovi analogoni ili neznatne modifikacije su rađene i na pomenutoj Pripremnoj nastavi i mogu se vidjeti u većini preporučene literature za IM1, dok je **Zad. 2.** (za grupu A) sa Drugog parc. ispita od 09. 01. 2009. godine i predstavlja kombinaciju zad. $14.8.2^0$ (str. 106) i zad. 12.15. (str. 79. i 80.) u knjizi [**Dragičević, V. - Fatkić, H.,** *Određeni i višestruki integrali*, Svjetlost, Sarajevo,1979.(ili 1987., II izd.)]. U ovoj knjizi se može vidjeti i rješenje **Zad. 4.** (za grupu A) na str. 173. (tj. Rješenje zad. 4.1.h) sa str. 170. te knjige), a bio je predviđen i u okviru materijala za Tutorijal 14 iz IM1 (2009 – 2010).

Zad. 4. (za grupu B) je dio Zad. br. **2.** (str. 251. i 252.; Rez. na str. 265) u knjizi [**Fatkić, H. - Dragičević, V. ,** *Diferencijalni račun funkcija dviju i više promjenljivih***,** Univerzitetska knjiga, IP Svjetlost - Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Sarajevo, 2006.] (Poglavlje: Dodatak II. ISPITNI ZADACI IZ MATEMATIKE I / IM1. U Dodatku II ove knjige mogu se vidjeti i rješenja , upute i/ili rez. i za **Zad. 4.** (za grupu A) sa ovog 2. parc. ispita iz IM1 (vidjeti Zad. 2 na str. 254 sa ispitnog roka od 19. IX 1989; uputa i rezultat na str. 268/), kao i za **Zad. 3.** (za obje grupe) (vidjeti Zad. **6.** (**str. 246**; Rješenje na str. 260); **Zad. 3.** je bio predviđen i u okviru materijala za Tutorijal 14 iz IM1 (2009 – 2010).

Funkcija f u **Zad. 5. (za obje grupe)** sa ovog roka je neznatna modifikacija funkcije g definirane formulom $g(x) = x - \arcsin \dfrac{2x}{1+x^2}$**,** koja je rađena na pomenutim predispitnim vježbama, kao i funkcije h definirane formulom $h(x) = \dfrac{x}{2} + \arcsin \dfrac{2x}{1+x^2}$ **(zad. 2832. u zbirci [Momčilo P. Ušćumlić, Pavle M. Miličić,** *Zbirka zadataka iz više matematike I* **,** Građevinska knjiga, Beograd) , koja je obrađena u materijalima za **Predavanja iz Inženjerske matematike 1** u akad. 2009/2010.godini, a i na časovima Tutorijala 11 iz IM1 (2009 – 2010).

-- ** --