Elektrotehnički fakultet
Univerziteta u Sarajevu

Z A D A C I
Z A
DRUGI PARCIJALNI ISPIT IZ PREDMETA
INŽENJERSKA MATEMATIKA 1
Akademska **2007 - 2008. godina**
Sarajevo, 09. 01. 2008.

IME I PREZIME STUDENTA : ....
BROJ INDEKSA : ....
JEDINSTVENI MATIČNI BROJ : ....
NASTAVNA GRUPA (BROJ) : ....

UPUTSTVO:

1. *Za svaki od prva četiri zadatka ponuđena su četiri odgovora od kojih je samo jedan tačan. Riješite ove zadatke, a zatim za svaki od zadataka koji ste riješili zaokružite redni broj pod kojim je naveden tačan odgovor za taj zadatak, pa taj broj upišite na odgovarajuće mjesto u dole navedenoj tabeli. Zaokruživanje više od jednog odgovora vrednuje se kao i netačan odgovor. Svaki tačan odgovor za koji je dato odgovarajuće obrazloženje se boduje sa po* 2,5 *boda, a svaki netačan odgovor se vrednuje sa po* 0 *bodova. Ukoliko se ne zaokruži niti jedan od ponuđena četiri odgovora, kao i u slučaju kada za zaokruženi tačan odgovor nije dato zadovoljavajuće obrazloženje, za taj zadatak student ostvaruje 0 bodova.*

2. *Riješite detaljno peti zadatak, koji je s otvorenim odgovorom. Tačno urađen taj zadatak donosi* 10 *bodova. Boduju se i tačno urađeni dijelovi tog zadatka (pri tom bodovanju najmanja jedinica mjere je* 0,5 *bodova).*

3. *Nije dozvoljeno korištenje bilježaka, knjiga, kalkulatora, mobilnih telefona i bilo kakvih elektronskih uređaja, niti drugih pomagala, kao ni drugih papira osim uvezanih papira dobijenih za ovaj ispit. Takođe nije dozvoljen nikakav razgovor sa kolegama/studentima i dežurnim na ovom ispitu, tj. svaku izradu bilo kojeg od zadataka na ovom parcijalnom ispitu mora svaki kandidat samostalno uraditi. Svaki od kandidata koji prekrši bilo šta od ovdje navedenog, bit će isključen sa ovog ispita i ovaj njegov parcijalni ispit vrednovan sa 0 bodova.*

Rezultati drugog parcijalnog ispita iz IM1:

Zad. 1. ....
Zad. 2. ....
Zad. 3. ....
Zad. 4. ....
Zad. 5. ....

Ukupan broj ostvarenih bodova:

Vlastoručni potpis studenta:

____

Predmetni nastavnik:

____

Vanr. Prof. Dr. sci. Huse Fatkić

Z A D A C I - Var. A :
za drugi parcijalni ispit iz IM1, 09. 01. 2008.

Zad. 1. Aproksimirajte funkciju f zadanu formulom $f(x) := 1 + \sqrt{x^5 + x^4}$ *Maclaurinovim polinomom* četvrtog stepena i procijenite grešku $|R_4|$ za $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

I. $f(x) \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x^4$, $|R_4| < \frac{1}{2^4}$. **III.** $f(x) \approx 1 + x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x^4$, $|R_4| < \frac{1}{2^9}$.

II. $f(x) \approx 1 + x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^4$, $|R_4| < \frac{1}{2^5}$. **IV.** $f(x) \approx 1 + x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^4$, $|R_4| < \frac{1}{2^8}$.

Zad. 2. Izračunajte integrale $I := \int \left(\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\operatorname{sh} x} \right) \mathrm{d}x$, $J := \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin^2 x \cos x}\, \mathrm{d}x$.

I. $I = \ln\left|\sin x \operatorname{th}\frac{x}{2}\right| + C$, $J = \frac{2}{3}$. **III.** $I = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\operatorname{th}\frac{x}{2}\right| + C$, $J = \frac{4}{3}$.

II. $I = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\operatorname{th}\frac{x}{2}\right| + C$, $J = \frac{2}{3}\pi$. IV. $I = \frac{1}{2}\left[\ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + \ln\left|\operatorname{th}\frac{x}{2}\right|\right] + C$, $J = \frac{4}{3}\pi$.

Zad. 3. Izračunajte derivaciju funkcije $f(x) := \int_{-x}^{x} \frac{t^2+1}{t-1}\mathrm{d}t$ u tački $x = \frac{1}{2}$.

I. $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{3}$. **II.** $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{10}{3}$. III. $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}$. IV. $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3}$.

Zad. 4. Kriva C zadana je jednačinom $xy^2 = 8 - 4x$. Izračunati zapreminu tijela koje nastaje rotacijom oko x-ose lika (u xy-ravni) ograničenog zadanom krivom C i pravom koja prolazi kroz prevojne tačke te krive.

I. $V = \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$. **II.** $V = 8\pi\left(\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{4}\right)$. III. $V = 8\pi\left(\ln\frac{2}{3} - 1\right)$. IV. $V = 8\pi\left(\ln\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$.

Zad. 5. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom $f(x) := \operatorname{arc\,ctg}\frac{x+n}{x-n}$, gdje je n najmanja cifra Vašeg jedinstvenog matičnog broja koja je veća od 1.

a) Odredite prirodni domen Dom (f), a zatim ispitajte ponašanje funkcije f na rubovima područja Dom (f) i odredite njene eventualne asimptote.
b) Odredite eventualne presjeke grafika G(f) sa koordinatnim osama i ispitajte znak zadane funkcije f.
c) Odredite eventualne tačke prekida i singulariteta i klasificirajte ih za zadanu funkciju f i njenu recipročnu funkciju $\frac{1}{f}$.
d) Odredite intervale monotonosti i eventualne tačke lokalnog i apsolutnog ekstrema zadane funkcije f, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njenog grafika .
e) Ispitajte konveksnost i konkavnost i odredite eventualne prevojne tačke zadane funkcije f.
f) Odredite sliku Im(f) i nacrtajte grafik zadane funkcije f.

Rješenje: ....@.................

Z A D A C I - Var. B :
za drugi parcijalni ispit iz IM1, 09. 01. 2008.

Zad. 1. Izračunajte granične vrijednosti L_1 (primjenom *Taylorove formule*) i L_2 (pomoću određenog integrala) ako je $L_1 := \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}(\operatorname{tg}x)-\sin(\sin x)}{\operatorname{tg}x-\sin x}$, $L_2 := \lim \sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{n}{(i-1)^2+n^2}$.

I. $L_1 = \frac{\pi}{4},\ L_2 = \frac{\pi}{3}$. **II.** $L_1 = 1,\ L_2 = \frac{\pi}{3}$. **III.** $L_1 = 1,\ L_2 = \frac{\pi}{6}$. **IV.** $L_1 = 2,\ L_2 = \frac{\pi}{4}$.

Zad. 2. Za sve $a,b \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$ odredite funkciju $F_{a,b}(x)$ tako da je

$$\int (a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x)^{-1}\,dx = F_{a,b}(x) + C,$$ gdje je C proizvoljna realna konstanta .

I. $F_{a,b}(x) = \dfrac{a}{b}\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{a}{b}\operatorname{tg}x\right)+\dfrac{\pi n}{|ab|}$ za $(2n-1)\dfrac{\pi}{2} < x < (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $F_{a,b}\left((2n\pm1)\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2n\pm1}{2|ab|}$; $\left(n := \left\lfloor \dfrac{x}{\pi}+\dfrac{1}{2}\right\rfloor\right)$.

II. $F_{a,b}(x) = \dfrac{1}{ab}\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{b}{a}\operatorname{tg}x\right)+\dfrac{\pi n}{|ab|}$ za $(2n-1)\dfrac{\pi}{2} < x < (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $F_{a,b}\left((2n\pm1)\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2n\pm1}{2|ab|}$; $\left(n := \left\lfloor \dfrac{x}{\pi}+\dfrac{1}{2}\right\rfloor\right)$.

III. $F_{a,b}(x) = \dfrac{b}{a}\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{b}{a}\operatorname{tg}x\right)+\dfrac{2\pi n}{|a|}$ za $(2n-1)\dfrac{\pi}{2} < x < (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $F_{a,b}\left((2n\pm1)\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2n\pm1}{2|ab|}$; $\left(n := \left\lfloor \dfrac{x}{\pi}+\dfrac{1}{2}\right\rfloor\right)$.

IV. $F_{a,b}(x) = \dfrac{1}{ab}\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{b}{a}\operatorname{tg}x\right)+\dfrac{2\pi n}{|ab|}$ za $(2n-1)\dfrac{\pi}{2} < x < (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $F_{a,b}\left((2n\pm1)\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{2n\pm1}{2|ab|}$; $\left(n := \left\lfloor \dfrac{x}{\pi}+\dfrac{1}{2}\right\rfloor\right)$.

Zad. 3. Izračunajte derivaciju prvog reda funkcije $f(x) := \int\limits_{-x}^{x}\exp\left(-\dfrac{1}{t^2}\right)dt$, ($x\in\mathbf{R}$), u tački $x = 10$.

I. $f'(10) = \dfrac{2}{\sqrt[10]{e}}$. II. $f'(10) = \sqrt{\dfrac{2}{e}}$. **III.** $f'(10) = \dfrac{2}{\sqrt[100]{e}}$. IV. $f'(10) = \dfrac{2}{\sqrt{e}}$.

Zad. 4. Kriva C zadana je jednačinom $xy^2 = 8-4x$. Izračunajte površinu P lika u ravni Oxy ograničenog lukom zadane krive C i tetivom koja spaja prevojne tačke te krive.

I. $P = \dfrac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$. II. $P = 4\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$. III. $P = 8\left(\dfrac{\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$. IV. $P = 8\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Zad. 5. Realna funkcija f jedne realne promjenljive zadana je formulom

$$f(x) := \arccos\frac{\alpha x + n}{x^2 - n},\ (\alpha = 1 \veebar \alpha = 2)$$

gdje je n najmanja cifra Vašeg jedinstvenog matičnog broja koja je veća od 1.

a) Odredite prirodni domen Dom (f), a zatim ispitajte ponašanje funkcije f na rubovima područja Dom (f) i odredite njene eventualne asimptote.

b) Odredite eventualne presjeke grafika G(f) sa koordinatnim osama i ispitajte znak zadane funkcije f.

c) Odredite eventualne tačke prekida i singulariteta i klasificirajte ih za zadanu funkciju f i njenu recipročnu funkciju $1/f$.

d) Odredite intervale monotonosti i eventualne tačke lokalnog i apsolutnog ekstrema zadane funkcije f, kao i eventualne prelomne i povratne tačke njenog grafika .

e) Ispitajte konveksnost i konkavnost i odredite eventualne prevojne tačke zadane funkcije f.

f) Nacrtajte grafik zadane funkcije f i odredite njenu sliku (rang) Im(f) .

Rješenje: ....@.............